**تحلیل و پیاده‌سازی فیلتر دیجیتال پایین‌گذر مرتبه اول**

**چکیده**

در این مقاله به بررسی فیلتر دیجیتال پایین‌گذر مرتبه اول پرداخته می‌شود که یکی از ساده‌ترین و کاربردی‌ترین فیلترهای دیجیتال در حوزه پردازش سیگنال است. این فیلتر با ساختار ساده خود، قادر است نویز و مؤلفه‌های فرکانسی بالا را از سیگنال حذف کرده و بخش‌های مهم فرکانسی پایین را حفظ کند. هدف این مقاله تحلیل ریاضی، پیاده‌سازی، بررسی عملکرد و کاربرد این فیلتر در سیستم‌های واقعی است.

**مقدمه**

فیلترهای دیجیتال ابزارهایی هستند که برای پردازش سیگنال‌های دیجیتال استفاده می‌شوند. یکی از پرکاربردترین آن‌ها، فیلتر پایین‌گذر است که وظیفه عبور دادن سیگنال‌های با فرکانس پایین و حذف فرکانس‌های بالا را دارد. فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول به دلیل سادگی و کارایی، در بسیاری از کاربردها از جمله حذف نویز، پردازش صوت و داده‌های حسگر استفاده می‌شود.

**ساختار فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول**

**معادله تفاضلی:**

فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول دارای فرم عمومی زیر است:

y[n]=αx[n]+(1−α)y[n−1]y[n] = \alpha x[n] + (1 - \alpha)y[n-1]

که در آن:

* x[n]x[n]: ورودی در لحظه n
* y[n]y[n]: خروجی در لحظه n
* α∈(0,1)\alpha \in (0,1): ضریب هموارسازی یا فیلترکننده که تعیین‌کننده شدت عبور فرکانس‌های پایین است.

**انتخاب ضریب α\alpha و فرکانس قطع**

مقدار α\alpha می‌تواند بر اساس فرکانس قطع fcf\_c و نرخ نمونه‌برداری fsf\_s محاسبه شود:

α=2πfc2πfc+fs\alpha = \frac{2\pi f\_c}{2\pi f\_c + f\_s}

به عنوان مثال، برای fs=1000f\_s = 1000Hz و fc=50f\_c = 50Hz خواهیم داشت:

α≈0.24\alpha \approx 0.24

**تحلیل پایداری**

با توجه به معادله تفاضلی، اگر 0<α<10 < \alpha < 1 باشد، فیلتر همیشه پایدار است؛ زیرا خروجی همواره ترکیبی از ورودی فعلی و خروجی قبلی است که هر دو دارای وزن مثبت و کمتر از یک هستند.

**پیاده‌سازی الگوریتم فیلتر در پایتون**

در این پروژه، فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول به زبان پایتون پیاده‌سازی شده است. الگوریتم به صورت تکراری بر روی سیگنال ورودی اعمال می‌شود. سیگنال ورودی ترکیبی از یک سیگنال فرکانس پایین (مثلاً 5Hz) و سیگنال فرکانس بالا (مثلاً 100Hz) است. پس از اعمال فیلتر، مؤلفه فرکانس بالا به شدت تضعیف شده است.

**تحلیل طیف فرکانسی**

برای بررسی تأثیر فیلتر بر سیگنال، تبدیل فوریه (FFT) روی سیگنال ورودی و خروجی اعمال شد. نتایج نشان داد که مؤلفه‌های فرکانس بالا (بیشتر از فرکانس قطع) تقریباً حذف شده‌اند و فقط مؤلفه‌های پایین‌تر باقی مانده‌اند.

**مزایا و محدودیت‌ها**

| **مزایا** | **محدودیت‌ها** |
| --- | --- |
| سادگی در پیاده‌سازی و سرعت بالا | کاهش غیرخطی در فرکانس‌های متوسط |
| کارایی بالا در کاربردهای عملی ساده | دقت پایین‌تر نسبت به فیلترهای مرتبه بالاتر |
| نیاز به حافظه و پردازش کم | عدم امکان تنظیم دقیق پاسخ فرکانسی |

**کاربردهای واقعی**

* حذف نویز از داده‌های حسگر
* روان‌سازی داده‌های موقعیت‌یابی (GPS, IMU)
* پیش‌پردازش داده در سیستم‌های بینایی ماشین
* پردازش صوت و سیگنال‌های پزشکی (ECG، EEG)

**نتیجه‌گیری**

فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول یکی از ساده‌ترین ابزارهای پردازش سیگنال است که علی‌رغم ساختار ساده، کاربردهای فراوانی دارد. در این مقاله، این فیلتر از نظر ریاضی، پیاده‌سازی عملی و رفتار فرکانسی تحلیل شد. انتخاب مناسب α\alpha می‌تواند عملکرد فیلتر را بهینه کرده و آن را برای کاربردهای خاص قابل استفاده سازد.

**پیشنهاد برای کارهای آینده**

* استفاده از فیلترهای مرتبه بالاتر برای پاسخ دقیق‌تر
* طراحی فیلتر با روش‌های بهینه‌سازی دیجیتال
* پیاده‌سازی real-time روی سیستم‌های سخت‌افزاری مانند Raspberry Pi یا Arduino